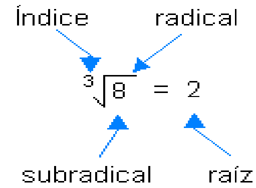
RAÍCES

Definición: $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$
n: Es es índice de la raíz
a: Es la cantidad subradical

Potencia de exponente racional

Toda potencia de exponente racional, de la forma **m/n**, corresponde a la **raíz enésima** de la **enésima potencia** de **a.**



Observaciones:
1) Si a > 0 y n es par, entonces $\sqrt[n]{a}$ representa un número real, es decir, $\sqrt[n]{a} \in$ |R.
2) Si a < 0 y n es par, entonces $\sqrt[n]{a}$ representa un número complejo, conjunto que estudiaremos más adelante. Es decir, a < 0 y n es par --> $\sqrt[n]{a}$ no pertenece a |R.
3) Las operaciones definidas para las raíces verifican las propiedades que se cumplen en los números reales (|R.)

Propiedades

1) POTENCIA DE EXPONENTE FRACCIONARIO

Toda potencia de exponente fraccionario se puede expresar como raíz cuyo índice es el denominador del exponente.

$$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$$

2) MULTIPLICACIÓN DE RAÍCES DE IGUAL ÍNDICE

Multiplicamos las cantidades subradicales y conservamos el índice.

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

3) DIVISIÓN DE RAÍCES DE IGUAL ÍNDICE

Dividimos las cantidades subradicales y conservamos el índice.

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}$$

4) RAÍZ DE UNA RAÍZ

Conservamos la cantidad subradical y multiplicamos los índices.

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

EJERCICIOS

I. DETERMINE EL VALOR DE:

1) $\sqrt{4} =$
2) $\sqrt{25} =$
3) $\sqrt{64} =$
4) $\sqrt[3]{64} =$
5) $\sqrt[3]{1000} =$
6) $\sqrt{121} =$
7) $\sqrt{196} =$
8) $\sqrt{100} =$
9) $\sqrt[3]{8} =$
10) $\sqrt[3]{-27} =$
11) $\sqrt[3]{-216} =$
12) $\sqrt[3]{0{,}001} =$
13) $\sqrt[3]{-125} =$
14) $\sqrt[4]{625} =$
15) $\sqrt[4]{256} =$
16) $\sqrt[4]{81} =$
17) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} =$
18) $\sqrt[5]{-32} =$

19) $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} =$

20) $\sqrt{\frac{81}{49}} =$

21) $\sqrt[3]{-512}$=

22) $\sqrt{841}$=

23) $\sqrt[3]{8000} =$

24) $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}} =$

25) $\sqrt[5]{1} =$

26) $\sqrt{9{,}61}$=

27) $\sqrt{\frac{121}{196}} =$

28) $\sqrt{0{,}09}$=

29) $\sqrt{0{,}16}$=

30) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}} =$

II. REALICE LAS SIGUIENTES ACTIVIDADES:

1) Escriba los cuadrados de los números naturales del 1 al 20.
2) Escriba los cubos de los números naturales del 1 al 30.
3) Exprese los números naturales del 1 al 20 como raíces cuadradas.
4) Exprese los números naturales del 1 al 10 como raíces cúbicas.

III. EXPRESE LAS SIGUIENTES POTENCIAS COMO RAÍCES:

1) $a^{3/4}$

2) $m^{1/2}$

3) $3^{4/5}$

4) $2^{1/6}$

5) $p^{3/4}$

6) $\left(\frac{1}{2}\right)^{1/2} =$

7) $(mn^2)^{1/3}$=

8) $(3pq)^{2/5}$=

9) $(5a^2)^{3/4}$=

10) $(m^6n^7)^{1/8}$=

11) $\left(\frac{a}{b}\right)^{1/2}$=

12) $\left(\frac{2a}{3b^2}\right)^{3/7}$=

13) $\left(\frac{5}{2a}\right)^{1/6}$=

14) $\left(\frac{1}{2}\right)^{1/3}$=

15) $\left(\frac{1}{3}\right)^{1/2}$=

16) $2^{2/3}$=

17) $(5a^2bc^5)^{1/3}$=

18) $(4m^2n)^{p/q}$=

19) $\left(\frac{3z}{2y}\right)^{y/z} =$

20) $\left(\frac{4m}{5n^6}\right)^{p/q} =$

IV. EXPRESE LAS SIGUIENTES RAÍCES COMO POTENCIAS DE EXPONENTE FRACCIONARIO

1) $\sqrt{a^3} =$

2) $\sqrt{5m} =$

3) $\sqrt[4]{(2p^2)^3}$=

4) $\sqrt[6]{2x^5} =$

5) $\sqrt[6]{5a^7} =$

6) $\sqrt[n]{p^{10}} =$

7) $\sqrt{2m^4}$=

8) $\sqrt{3p^6q^3} =$

9) $\sqrt[5]{x^2y^6} =$

10) $\sqrt[x]{xy} =$

11) $\sqrt[n]{81} =$

12) $\sqrt[p]{\frac{2a}{5}} =$

13) $\sqrt[z]{\frac{5t}{3u}}$ =

14) $\sqrt[p+q]{(2a)^p}$ =

15) $\sqrt[ab]{(3xy)^{2a}}$

16) $\sqrt[b]{(5a^2)^a}$ =

V. SIMPLIFIQUE LAS SIGUIENTES EXPRESIONES

1) $\sqrt{9b^2}$ =

2) $\sqrt{16x^2}$ =

3) $\sqrt{25a^2b^2c^2}$ =

4) $\sqrt{81a^4b^2}$ =

5) $\sqrt[3]{125x^3y^6}$=

6) $\sqrt[6]{p^6q^{12}r^{18}}$=

7) $\sqrt[4]{81m^4n^{12}}$=

8) $\sqrt[7]{a^{21}b^7c^{14}}$=

9) $\sqrt[5]{32m^{25}}$=

10) $\sqrt[5]{m^{20}n^{15}t^{10}}$=

11) $\sqrt{\frac{a^8}{b^6}} + \sqrt{\frac{a^6}{b^8}}$ =

VI. REDUZCA A TÉRMINOS SEMEJANTES

1) $\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$ =

2) $3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 9\sqrt{3}$ =

3) $\sqrt{5} - 3\sqrt{5} - 11\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$=

4) $3\sqrt{a} - 4\sqrt{a} + 6\sqrt{a} - \sqrt{a}$=

5) $3a\sqrt{2} + 2a\sqrt{2} - a\sqrt{2}$=

6) $\sqrt[3]{p} - 5\sqrt[3]{p} + 2\sqrt[3]{p}$=

7) $\sqrt{3} - 2\sqrt{2} + 5\sqrt{3} - 6\sqrt{2} + \sqrt{2}$ =

8) $4\sqrt{6} - 3\sqrt{5} - 5\sqrt{6} + 2\sqrt{5}$ =

9) $\sqrt{a} - \sqrt{b} - 3\sqrt{a} - \sqrt{a} - 3\sqrt{b}$ =

10) $\sqrt[n]{p} - 2\sqrt[n]{p} + 18\sqrt[n]{p} - 4\sqrt[n]{p}$ =

11) $3q\sqrt{a} - 2q\sqrt{b} + 5q\sqrt{b} - q\sqrt{a}$ =

VII. EFECTÚE LAS SIGUIENTES MULTIPLICACIONES:

1) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$ =

2) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$ =

3) $\sqrt{3a} \cdot \sqrt{2a} \cdot \sqrt{6}$ =

4) $\sqrt[3]{3x} \cdot \sqrt[3]{2x} \cdot \sqrt[3]{16x^2}$ =

5) $\sqrt[4]{2p^3} \cdot \sqrt[4]{5p^7} \cdot \sqrt[4]{7p^6}$=

6) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$ =

7) $\sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[3]{18}$ =

8) $\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{9} \cdot \sqrt[4]{18}$ =

9) $\sqrt[5]{3} \cdot \sqrt[5]{4} \cdot \sqrt[5]{7}$ =

10) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27}$ =

11)$\sqrt{9} \cdot \sqrt{4}$ =

12) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3}$ =

13) $5\sqrt{18} \cdot 3\sqrt{8}$ =

14) $\sqrt{2}\,(2\sqrt{18} + 3\sqrt{8})$=

15) $3\sqrt{2}\,(3\sqrt{32} - 2\sqrt{18})$=

16) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{3}$ =

17) $\sqrt{a-1} \cdot \sqrt{a-1}$ =

18)$(2 + \sqrt{2}) \cdot (2 - \sqrt{2})$=

19) $3\sqrt{5} \cdot 5\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{15}$ =

20) $\sqrt{48} \cdot \sqrt{3}$ =

VIII. EFECTÚA LAS SIGUIENTES DIVISIONES:

1) $\sqrt{18} : \sqrt{2}$ =

2) $\sqrt{125} : \sqrt{5}$ =

3) $\sqrt[3]{9a^6b^{12}} : \sqrt[3]{ab^5}$

4) $\sqrt[4]{x^6y^2z^4} : \sqrt[4]{xyz}$ =

5) $\sqrt[3]{x^2y} : \sqrt[3]{xy^2}$ =

6) $\sqrt{26a} : \sqrt{2a} =$

7) $3\sqrt{128a^4} : 6\sqrt{64a^2} =$

8) $\sqrt{444a^3} : \sqrt{111a} =$

9) $(\sqrt{x^2-4} : \sqrt{x-2}\,) : \sqrt{x+2} =$

10) $\sqrt{96x^3} : \sqrt{24x} =$

11) $\sqrt{2^{x+3}} : \sqrt{2^x} =$

12) $\sqrt{x^2-8x+7} : \sqrt{x-7} =$

13) $a^2\sqrt{a^2-121} : a\sqrt{a-11} =$

14) $\sqrt{x^2-25} : \sqrt{x-5} =$

15) $\sqrt{a^2-6a+9} : \sqrt{a-3} =$

16) $\sqrt{81} : \sqrt{9} =$

17) $\sqrt{16} : \sqrt{4} =$

MULTIPLICACIÓN DE RADICALES CON DIFERENTE ÍNDICE

Primero se tiene que reducir a un índice común para poder operarlos.

$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[mn]{a^m b^n}$ Ejemplo: $\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{3} = \sqrt[8]{2^4 \cdot 3^2} = \sqrt[8]{16 \cdot 9} = \sqrt[8]{144}$

INTRODUCCIÓN DE FACTORES DENTRO DE LA RAÍZ (RADICAL)

Para introducir factores dentro del símbolo de radical basta con elevar al factor que se quiere introducir al valor del índice.

$C\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a \cdot C^n}$ Ejemplo: $2\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{8 \cdot 2^3}$

IX. EXPRESE EN FORMA DE UNA SOLA RAÍZ LOS SIGUIENTES TÉRMINOS

1) $\sqrt{\sqrt{3}} =$

2) $\sqrt{\sqrt[3]{2}} =$

3) $\sqrt[4]{\sqrt{5a}} =$

4) $\sqrt{2\sqrt{2}} =$

5) $\sqrt[3]{2\sqrt{3}} =$

6) $\sqrt[4]{a\sqrt{a}} =$

7) $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}} =$

8) $\sqrt{5\sqrt[3]{2}} =$

9) $\sqrt[n]{a\sqrt[m]{b}} =$

10) $3\sqrt{3\sqrt{3}} =$

11) $\sqrt[8]{\sqrt[3]{15}} : \sqrt[12]{\sqrt{5}} =$

12) $\sqrt[4]{3\sqrt{5}} : \sqrt{2\sqrt[4]{2}} =$

13) $\sqrt[3]{3\sqrt{2}} : \sqrt[6]{5} =$

14) $\sqrt[5]{\sqrt[4]{3\sqrt{2}}} =$

15) $\sqrt[6]{3\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt[4]{4}} =$

16) $\sqrt[5]{2\sqrt[4]{3}} \cdot \sqrt[10]{3\sqrt{2}} =$

17) $\sqrt[3]{2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{3\sqrt{2}} =$

18) $\sqrt{m\sqrt[n]{m}} =$

X. LOS SIGUIENTES EJERCICIOS SON PARA TU ESTUDIO PERSONAL.

1) El resultado de la raíz; $\sqrt{144}$ es:

a) 11 b) 12 c) 10 d) No existe

2) El resultado de la raíz; $\sqrt[3]{-27}$ es:

a) 3 b) 9 c) – 3 d) No existe

3) El resultado de la raíz; $\sqrt[4]{-16}$ es:

a) 4 b) – 2 c) 2 d) No existe

4) El valor de la expresión: $\sqrt{9} - \sqrt[3]{-8} + \sqrt[9]{-1}$ es:

a) 4 b) 0 c) 6 d) 5

5) Al reducir al máximo la expresión; $3 \cdot \sqrt{5} + 6 \cdot \sqrt{5} - 2 \cdot \sqrt{5}$ se obtiene:

a) $5 \cdot \sqrt{5}$ b) $7 \cdot \sqrt{5}$ c) $2 \cdot \sqrt{5}$ d) $6 \cdot \sqrt{5}$

6) Al realizar la operación; $\left(\sqrt{3}+1\right) \cdot \left(\sqrt{3}-1\right)$ se obtiene:

a) 2 b) 3 c) 1 d) – 1