



Nombre: _____ Curso: 1° _____ Fecha: _____

- **Objetivo de la actividad:** Resolver sistemas de ecuaciones 2x2 por método de Cramer

Ruta de Aprendizaje

A continuación, se presenta una ruta que debes seguir para poder resolver sistemas de ecuaciones por medio del método de Cramer.

Enlaces de videos de la clase: https://youtu.be/_WtoH2IBYyA

<https://youtu.be/M9Dm06Fy3ks>

Etapa 1: Comprender el método.

Método de resolución: Cramer

Conceptos

Para resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas de la forma:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases} \quad \text{Donde } a, b, c, d, e \text{ y } f \text{ son números racionales y } x \text{ e } y \text{ son incógnitas.}$$

Utilizando el **método de Cramer** se calcula el determinante (Δ) del sistema y el que se relaciona con cada incógnita. Luego se calcula la solución del sistema.

Determinante del sistema

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} = ae - bd$$

Determinante de la incógnita x

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} c & b \\ f & e \end{vmatrix} = ce - bf$$

Determinante de la incógnita y

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix} = af - cd$$

La solución del problema se obtiene calculando: $x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$, $y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$.

Para obtener el valor de las incógnitas x e y es necesario que $\Delta \neq 0$.

¿Cómo calcular los determinantes?

Se tiene que multiplicar cruzado los números en verde 4 por 2 y luego restarlo con los números en azul multiplicando 6 por 1, lo que da como resultado 2, observe el siguiente ejemplo:

$$\begin{aligned} &\text{Determinante} \\ A &= \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} \\ \det A &= |A| = (4)(2) - (1)(6) \\ |A| &= 8 - 6 = 2 \end{aligned}$$

Etapa 2: Observar y analizar ejemplos de resolución del método.

Ejemplo 1: Resolver el siguiente sistema por Regla de Cramer

Sistema de Ecuación	Determinante Sistema	Determinante de x	Determinante de y
$\begin{cases} 4x - y = 5 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$	$\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 7 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$
	<p>Cálculo</p> $(4 \cdot 1) - (-1 \cdot 2)$ $(4) - (-2)$ $(4) + 2$ 6	<p>Cálculo</p> $(5 \cdot 1) - (-1 \cdot 7)$ $(5) - (-7)$ $(5) + 7$ 12	<p>Cálculo</p> $(4 \cdot 7) - (5 \cdot 2)$ $(28) - (10)$ $(28) - 10$ 18

$$\text{Valor de Incógnita } x = \frac{\text{Determinante Incógnita } x}{\text{Determinante Sistema}} = \frac{12}{6} = 2$$

$$\text{Valor de Incógnita } y = \frac{\text{Determinante Incógnita } y}{\text{Determinante Sistema}} = \frac{18}{6} = 3$$

Finalmente, el valor de x es 2, mientras que el valor de y es 3.

Ejemplo 2: Resolver el siguiente sistema por Regla de Cramer

Sistema de Ecuación	Determinante Sistema	Determinante de x	Determinante de y
$\begin{cases} x - 2y = -4 \\ 3x + y = 9 \end{cases}$	$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 9 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}$
	<p>Cálculo</p> $(1 \cdot 1) - (-2 \cdot 3)$ $(1) - (-6)$ $1 + 6$ 7	<p>Cálculo</p> $(-4 \cdot 1) - (-2 \cdot 9)$ $(-4) - (-18)$ $(-4) + 18$ 14	<p>Cálculo</p> $(1 \cdot 9) - (-4 \cdot 3)$ $(9) - (-12)$ $(9) + 12$ 21

$$\text{Valor de Incógnita } x = \frac{\text{Determinante Incógnita } x}{\text{Determinante Sistema}} = \frac{14}{7} = 2$$

$$\text{Valor de Incógnita } y = \frac{\text{Determinante Incógnita } y}{\text{Determinante Sistema}} = \frac{21}{7} = 3$$

Finalmente, el valor de x es 2, mientras que el valor de y es 3.

Ejemplo 3: A continuación, se presenta el ejercicio que se resuelve en video de youtube.

$$\begin{array}{l} \text{Ejemplo: } 3x - 2y = 4 \\ 4x + 5y = 13 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Ecuación 1} \\ \text{Ecuación 2} \end{array}$$

Det Sistema	Det x	Det y
$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 13 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 13 \end{pmatrix}$
$3 \cdot 5 - (4 \cdot -2)$ $15 - -8$ $15 + 8$ 23	$4 \cdot 5 - (-2 \cdot 13)$ $20 - -26$ $20 + 26$ 46	$(3 \cdot 13) - (4 \cdot 4)$ $39 - 16$ 23

$$\text{Valor de } x = \frac{\text{Determinante } x}{\text{Determinante sistema}} = \frac{46}{23} = 2$$

$$\text{Valor de } y = \frac{\text{Determinante } y}{\text{Determinante sistema}} = \frac{23}{23} = 1$$

Etapas 3: Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones por método de Cramer

EJERCICIO 1:

Sistema de Ecuación	Determinante Sistema	Determinante de x	Determinante de y
$2x + y = 9$ $3x - y = 1$	[]	[]	[]
	Cálculo	Cálculo	Cálculo

$$\text{Valor de Incógnita } x = \frac{\text{Determinante Incógnita } x}{\text{Determinante Sistema}} = \text{---} =$$

$$\text{Valor de Incógnita } y = \frac{\text{Determinante Incógnita } y}{\text{Determinante Sistema}} = \text{---} =$$

Finalmente, el valor de x es , mientras que el valor de y es

EJERCICIO 2:

Sistema de Ecuación	Determinante Sistema	Determinante de x	Determinante de y
$2x + 3y = 20$ $x - 2y = 3$	[]	[]	[]
	Cálculo	Cálculo	Cálculo

$$\text{Valor de Incógnita } x = \frac{\text{Determinante Incógnita } x}{\text{Determinante Sistema}} = \text{---} =$$

$$\text{Valor de Incógnita } y = \frac{\text{Determinante Incógnita } y}{\text{Determinante Sistema}} = \text{---} =$$

Finalmente, el valor de x es , mientras que el valor de y es

Etapa 4: Comprender, analizar y resolver problemas de sistemas de ecuaciones

Las balanzas se encuentran formadas por cubos de igual masa, cilindros de igual masa y esferas de igual masa.

Ejemplo



Si se sabe que la masa de cada esfera es igual a 1 kg, ¿cuál es la masa de los otros cuerpos geométricos?

1 Para plantear el sistema de ecuaciones, defines las incógnitas.

a : Masa en kg del . b : Masa en kg del .

2 Planteas las ecuaciones para cada balanza.

Balanza 1 $4a = 3b + 5 \rightarrow 4a - 3b = 5$

Balanza 2 $3a = 4b + 2 \rightarrow 3a - 4b = 2$

El sistema es
$$\begin{cases} 4a - 3b = 5 \\ 3a - 4b = 2 \end{cases}$$

Sistema de Ecuación	Determinante sistema	Determinante incógnita a	Determinante incógnita b
$\begin{cases} 4a - 3b = 5 \\ 3a - 4b = 2 \end{cases}$	$\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$
	$(4 \cdot -4) - (-3 \cdot 3)$ $(-16) - (-9)$ $(-16) + 9$ -7	$(5 \cdot -4) - (-3 \cdot 2)$ $(-20) - (-6)$ $(-20) + 6$ -14	$(4 \cdot 2) - (5 \cdot 3)$ $(8) - (15)$ $(8) - 15$ -7

$$\text{Valor de Incógnita a} = \frac{\text{Determinante Incógnita a}}{\text{Determinante Sistema}} = \frac{-14}{-7} = 2$$

$$\text{Valor de Incógnita b} = \frac{\text{Determinante Incógnita b}}{\text{Determinante Sistema}} = \frac{-7}{-7} = 1$$

Al comprobar las soluciones, tienes que la solución al sistema de ecuaciones es $a = 2, b = 1$.

Respuesta: La masa del es 2 kg y la del es 1 kg.

Etapa 5: Resolver problemas de sistemas de ecuaciones

Ejercicio: Las balanzas se encuentran formadas por cubos de igual masa, cilindros de igual masa y esferas de igual masa. Plantea el sistema de ecuaciones que corresponde a cada situación y luego resuelve (siga los pasos del ejercicio anterior):

a. Si cada esfera tiene una masa de 1 kg, ¿cuánto es la masa de cada cubo y cilindro?



1 Para plantear el sistema de ecuaciones, defines las incógnitas.

a : Masa en kg del .

b : Masa en kg del .

2 Planteas las ecuaciones para cada balanza.

Balanza 1

Balanza 2

El sistema es

Sistema de Ecuación	Determinante sistema	Determinante incógnita a	Determinante incógnita b
	[]	[]	[]

$$\text{Valor de Incógnita a} = \frac{\text{Determinante Incógnita a}}{\text{Determinante Sistema}} = \text{---} =$$

$$\text{Valor de Incógnita b} = \frac{\text{Determinante Incógnita b}}{\text{Determinante Sistema}} = \text{---} =$$

Respuesta: La masa del  es kg y la del  es kg.